سلسة في تمارين الإحتمالات التي وردت في امتحانات الباكالوريا من 2009 إلى 2021

من إعداد: أ.عامر جمّال

amercena2022@gmail.com

.



فهرس

تمرين 1 يحوي صندوق 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها أربع كريات بيضاء مرقمة بـ : $1,2,2,3$ و ثلاث كريات حمراء مرقمة بـ : $2,2,3$ وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ : $2,3,3$
نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من هذا الصندوق.
نعتبر الحادثتين A : " الكريات الثلاث المسحوبة تحمل ألوان العلم الوطني"
و B : " الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس الرقم " .

باكالوريا علوم تجريبية 2018

1. أ) احسب: $P(A)$ و $P(B)$ احتمالي الحادثتين A و B على الترتيب.
ب) بيّن أنّ: $P(A\cap B)=\frac{1}{20}$ ثم استنتج $P_A(B)$ و $P(A\cup B)$.
2. ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكريات التي تحمل رقما فرديا.
عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

تمرين 2 يحتوي كيس على خمس كريات حمراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1 وكرية واحدة تحمل الرقم 2 وسبع كريات خضراء منها أربع كريات تحمل الرقم 1 و ثلاث كريات تحمل الرقم 2 (كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس). نسحب عشوائيا كريتين من الكيس في آن واحد و نعتبر الحادثتين A و B

علوم تجريبية 2019 رقم (1)

حيث: A ": سحب كريتين من نفس اللون " ، B :"سحب كريتين تحملان نفس الرقم".

1. بيّن أنّ احتمال الحادثة A هو $P(A)=\frac{31}{66}$ واحسب احتمال الحادثة B .
2. علما أنّ الكريتين المسحوبتين من نفس اللون ، ما احتمال أن تحملا نفس الرقم؟
3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس.
عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضياتي $E(X)$

تمرين 3 يحتوي صندوق على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللّمس منها كريتان تحملان الرقم 0 وثلاث تحمل الرقم 1 والكريات الأخرى تحمل الرقم 2 . نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من الصندوق.

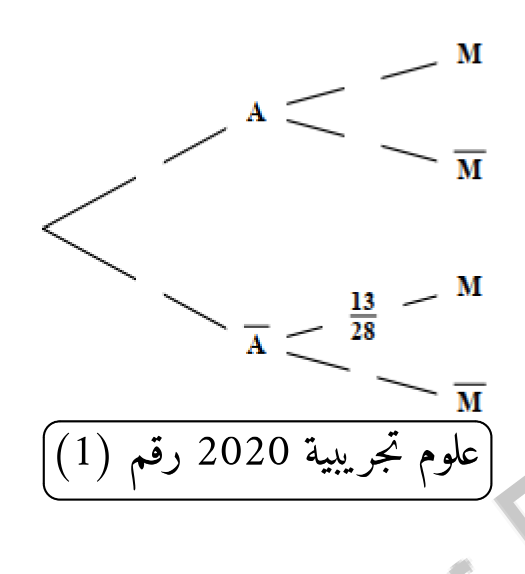
علوم تجريبية 2019 رقم (2)

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب، جداء الأرقام المسجّلة على الكريات المسحوبة.

1) عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب امله الرياضياتي $E(X)$.
2) بيّن أنّ احتمال الحصول على ثلاث كريات كل منها تحمل رقما زوجيا هو $\frac{7}{24}$.
3) نسحب الآن من الصندوق كريتين على التوالي دون إرجاع.

ما احتمال الحصول على كريتين تحملان رقمين مجموعهما فردي علما أن جداهما زوجي؟

تمرين 4 يحتوي وعاء U على 4 كريات حمراء و 6 سوداء، ويحتوي وعاء V على 5 كريات حمراء و 3 سوداء وكل الكريات متماثلة ولا نفرّق بينها عند اللّمس. نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من أحد الوعائين بالكيفية التالية:
نقوم بسحب بطاقة واحد عشوائيا من كيس يحتوي على 6 بطاقات متماثلة ومرقمة من 1 إلى 6 ، إذا تحصلنا على أحد الرقمين 3 أو 5 نسحب الكريتين من U و في باقي الحالات نسحب الكريتين من V .
نسمّي A الحدث:" الحصول على أحد الرقمين 3 أو 5 ".
نسمّي M الحدث:" الحصول على كريتين من نفس اللّون".

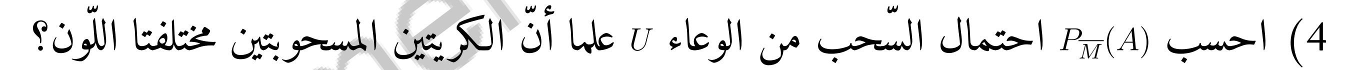


علوم تجريبية 2020 رقم (1)

1) تحقّق أنّ $P(\overline{A})$ احتمال السّحب من الوعاء V هو $\frac{2}{3}$.

2) علما أنّ الكريتين المسحوبتين من U ، بيّن أنّ احتمال أن تكونا من نفس اللّون هو $\frac{7}{15}$.

3) انقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها واستنتج $P(M)$.

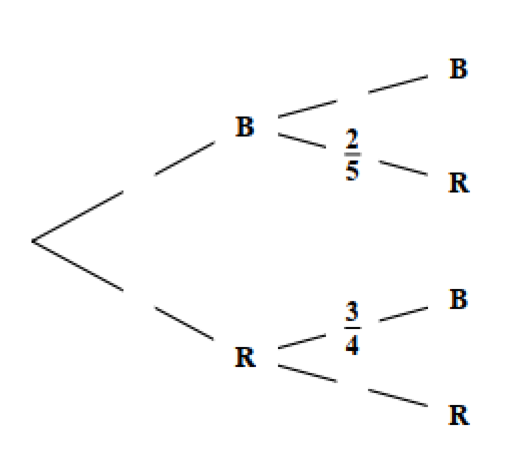


4) احسب $P_{\overline{M}}(A)$ احتمال السّحب من الوعاء U علما أنّ الكريتين المسحوبتين مختلفتا اللّون؟

تمرين 5 كيس به ثلاث كريات بيضاء وكريتين حمراوين لا نميّز بينها عند اللمس، نسحب عشوائيا كريتين على التوالي من الكيس بالكيفية التالية: إذا كانت الكرية المسحوبة بيضاء نعيدها إلى الكيس و إذا كانت حمراء لا نعيدها إلى الكيس.

علوم تجريبية 2020 رقم (2)

1) أ.انقل شجرة المقابلة ثم أكملها.
B يرمز إلى الحصول على كرية بيضاء و R إلى الحصول على كرية حمراء.
ب. احسب احتمال أن تكون الكرية المسحوبة الثانية حمراء.



2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكريتين عدد الكريات الحمراء المسحوبة.
أ.عيّن مجموعة قيم المتغير العشوائي X .
ب.بيّن أنّ: $P(X=1)=\frac{27}{50}$ ،ثمّ عرّف قانون احتمال المتغير العشوائي X .

جـ. احسب $E(X)$ الامل الرياضيات للمتغير العشوائي X .

تمرين 6 يُراد تشكيل بطريقة عشوائية لجنة تتكون من عضوين من بين ثلاثة رجال H_1 ، H_2 و H_3 و امرأتان F_1 و F_2 .
نعتبر الحوادث A ، B و C حيث: A "عضوا اللجنة من نفس الجنس". B "عضوا اللجنة من جنسين مختلفين". C " H_1 عضو في اللجنة".

1) أ. احسب $p(A)$ ، $p(B)$ احتمال A و B على الترتيب.
ب. بيّن أنّ $p(C)$ احتمال الحدث C يساوي $\frac{2}{5}$.

2) المتغير العشوائي X يرفق بكلّ إمكانية اختيار لعضوين عدد الرّجال في اللّجنة.
أ. برّر أنّ مجموعة قيم X هي $\{0;1;2\}$.
ب. عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

علوم تجريبية 2021 رقم (1)

تمرين 7 صندوق به 9 بطاقات متماثلة لا نفرّق بينها باللمس ، مكتوب على كلّ منها سؤال واحد، منها ثلاثة أسئلة في الهندسة مرقمة بـ: 1 ، 2 و 3 ، أربعة أسئلة في الجبر مرقمة بـ: 1 ، 2 ، 3 و 4 وسؤالين في التحليل مرقمين بـ: 1 و 2
نسحب عشوائيا بطاقة واحد من الصندوق و نعتبر الحوادث التالية:
A "سحب سؤال في الهندسة"، B " سحب سؤال في التحليل" و C "سحب سؤال في الجبر يحمل رقما زوجيا".

1) احسب $p(A)$ ، $p(B)$ و $p(C)$ احتمال الحوادث A ، B و C على الترتيب.

2) احسب احتمال سحب سؤال رقمه مختلف عن 1 .

علوم تجريبية 2021 رقم (2)

3) المتغيّر العشوائي X يرفق بكلّ بطاقة مسحوبة رقم السؤال المسجل عليها.
أ. برّر أنّ مجموعة قيم X هي $\{1;2;3;4\}$.
ب.عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ثمّ احسب $E(X)$ أمله الرّياضياتي.
جـ. استنتج قيمة $E(2021X + 1442)$.

تمرين 8 كيس به 10 كريات متماثلة لا نميز بينها عند اللمس منها 4 بيضاء و 6 حمراء.

1) نسحب عشوائيا من الكيس 3 كريات في آن واحد.
أ-احسب احتمال الحصول على 3 كريات بيضاء.
ب-احسب احتمال الحصول على الأقل على كرية حمراء.

باكالوريا رياضيات 2009

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة.
عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضي $E(X)$.

3) نسحب من الكيس في آن واحد 3 كريات خمس مرات على التوالي مع الإعادة (الإرجاع).

احسب احتمال الحصول على 3 كريات بيضاء مرتين بالضبط.

تمرين 9 كيس يحوي 9 كريات لا نفرق بينها باللمس موزعة كما يلي:

خمس كريات حمراء مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 2 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: -3 ، 2 ، 3 وكرية بيضاء مرقمة بـ: -1. نسحب عشوائيا 4 كريات في آن واحد.

1) احسب احتمال الحوادث التالية: A : "الحصول على أربع كريات من نفس اللون" . B : "الحصول على كرية بيضاء على الأكثر". C :"الحصول على أربع كريات مجموع أرقامها معدوم"

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الخضراء المتبقية في الكيس.

أ)عيّن قيم المتغير العشوائي X ثم عرّف قانون احتماله .

ب) احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

ج)احسب احتمال الحادثة: "$X^2 - X > 0$" .

باكالوريا رياضيات 2018

تمرين 10 صندوقان غير شفافين U_1 و U_2 ،يحتوي الصندوق U_1 على 4 كريات حمراء و 3 كريات سوداء ويحوي الصندوق U_2 على 3 كريات حمراء و كريتين سوداوين (الكريات كلها متشابهة لا نفرق بيها عند اللمس)

نرمي نردا غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 .

إذا ظهر الرقمان 2 أو 4 نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق U_1 و في باقي الحالات نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق U_2 .

نعتبر الاحداث A ، B و C المعرفة بـ : A :"سحب كريتين حمراوين" B :"سحب كريتين سوداوين" و C : "سحب كريتين من لونين مختلفين"

$\frac{1}{3}$ — U_1 : $\frac{2}{7}$ — A ، $\frac{1}{7}$ — B ، $\dots$ — C

$\dots$ — U_2 : $\frac{3}{10}$ — A ، $\dots$ — B ، $\dots$ — C

1) أنقل، وأكمل شجرة الاحتمالات.

2) أحسب احتمالات الاحداث A ، B و C .

نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

3) أ)عيّن قيم المتغير الشعوائي X .

ب)عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

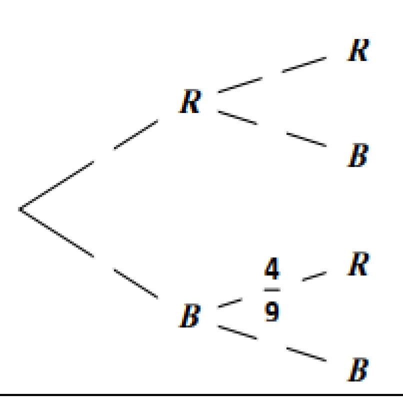
4) احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$.

باكالوريا رياضيات 2019

تمرين 11

صندوق به 5 كريات بيضاء و 3 كريات حمراء (كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس).
نسحب من الصندوق كرية واحدة حيث: إذا ظهرت كرية حمراء نُعيدها إلى الصندوق ونُضيف له كرية بيضاء و إذا ظهرت كرية بيضاء نُعيدها إلى الصندوق ونُضيف له كرية حمراء، ثم نُكرّر العملية مرّة ثانية.

1) انقل شجرة الاحتمالات المقابلة التي تُنمذج هذه التجربة ثم أكملها.



2) بيّن أنّ احتمال أن يوجد في الصندوق 7 كريات بيضاء هو $\frac{1}{8}$.

3) احسب احتمال أن يوجد في الصندوق 4 كريات حمراء على الأقل.

4) ليكن X المتغير العشوائي الذي يأخذ كقيمة عدد الكريات البيضاء الموجودة في الصندوق بعد العملية الثانية.

أ. برّر أنّ قيم المتغير العشوائي X هي: 5 ، 6 و 7.

ب. عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ،ثمّ احسب $E(X)$ أمله الرياضياتي.

باكالوريا رياضيات 2020 (رقم1)

تمرين 12

يحتوي صندوق على كريات متماثلة منها: n كرية بيضاء تحمل العدد π (n عدد طبيعي و $n \geqslant 2$)
و 4 كريات حمراء تحمل الأعداد $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{3}$ و π وكريتين خضراوين تحملان العددين $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{\pi}{3}$. نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من هذا الصندوق.

1) أ. احسب احتمال كل من A و B حيث:
A :"سحب كريتين من نفس اللون" و B :"سحب كريتين تحملان نفس العدد علما أنهما من نفس اللون"

ب. عيّن العدد الطبيعي n حتّى يكون: $P(A) = \frac{17}{55}$.

2) نفرض في مايلي: $n = 5$ و نسمي α و β العددين الظاهرين على الكريتين المسحوبتين.

نعتبر X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب العدد: $\cos(\alpha)\cos(\beta)$

أ. برّر أنّ قيم المتغيّر العشوائي X هي: $-\frac{1}{2}$ ، 0 ، $\frac{1}{4}$ ، 1 .

ب. بيّن أنّ: $P(X = 0) = \frac{27}{55}$.

ج. عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X واحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

باكالوريا رياضيات 2020 (رقم2)

تمرين 13 كيس به 12 كريّة متماثلة لانفرّق بيها باللمس.
كلّ من الكريات الاثنتي عشرة تحمل رقما من بين الأعداد التالية: 1 ، 2 ، 3 ، 4
نسحب عشوائيا كريّة واحدة من الكيس.
نرمز بِ: p_i إلى احتمال سحب كريّة رقمها i ،حيث: $p_1 = \frac{1}{3}$ ، $p_2 = \frac{1}{6}$ ، $p_3 = \frac{1}{4}$ و $p_4 = \frac{1}{4}$

1) وزّع الكريّات الاثنتي عشرة حسب الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4

2) احسب احتمال كلّ من الحوادث A ، B و C الآتية:
A "سحب كريّة تحمل رقما فرديا"
باكالوريا رياضيات 2021 (رقم1)
B "سحب كريّة تحمل رقما من أرقام نظام التّعداد ذي الأساس 4"
C "سحب كريّة رقمها حلّ للمعادلة: $x^2 = 2^x$ "

3) المتغيّر العشوائي X يرفق بكلّ سحب لكريّة الرّقم الذي تحمله.
عيّن مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X ثمّ احسب $E(X)$ أمله الرّياضياتي.

تمرين 14 يُراد عشوائيا تشكيل لجنة تضمّ رئيسا ونائبا له من بين ثلاثة رجال H_1 ، H_2 ، H_3 وأربع نساء F_1 ، F_2 ، F_3 ، F_4

1) بيّن أنّ عدد اللّجان التي يمكن تشكيلها هو 42

2) نعتبر الحوادث الآتية: A "اللّجنة من نفس الجنس" B "اللّجنة من جنسين مختلفين"
C " H_1 هو الرئيس " E "اللّجنة لا تضم كلّا من H_1 و F_1 "
أ. احسب $P(A)$ احتمال الحدث A ثمّ استنتج $P(B)$
ب. احسب $P(C)$ و $P(E)$
باكالوريا رياضيات 2021 (رقم2)

3) المتغيّر العشوائي X يرفق بكلّ لجنة عدد الرجال فيها.
عيّن قانون احتمال X ثمّ اسحب $E(X)$ أمله الرّياضياتي.

تمرين 15 كيس به 7 كريات متماثلة، لا نفرّق بينها باللمس ، منها 3 بيضاء و 4 خضراء.
نسحب عشوائيا و في آن واحد كريتين من الكيس.

I)

1) احسب احتمال الحادثة A : "سحب كريتين مختلفتين في اللون".

2) B : "سحب كريتين من نفس اللون".

II) نقترح اللعبة التالية : للمشاركة يدفع اللاعب ، $\alpha(A)$ (حيث α عدد طبيعي معطى و DA تعني دينار جزائري).
فإذا سحب كريتين بيضاوين يتحصل على $100DA$ ، وإذا سحب كريتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50DA$ ، و إذا سحب كريتين خضراوين يخسر مادفعه. و ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α .

باكالوريا تقني رياضي 2018

1) برّر أنّ قيم المتغير العشوائي هي $\{100-\alpha, 50-\alpha, -\alpha\}$ ثم عرّف قانون احتماله.
2) بيّن أنّ الأمل الرياضياتي للمتغيّر العشوائي X بدلالة α هو: $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$.
ثم اوجد أكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب.

تمرين 16 توجد إجابة صحيحة واحد من بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية. اختر الإجابة الصحيحة مبرّرا اختيارك.
يحتوي كيس على ثلاث كريّات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 وكريّتين سوداوين تحملان الرقمين 1 ، 2 .
(الكريّات لانفرّق بينها عند اللمس) نسحب من الكيس 3 كريّات عشوائيا وفي آن واحد.
X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريّات السوداء المسحوبة.

1) قيم المتغير العشوائي X هي: أ) $\{1;2;3\}$ ، ب) $\{0;2;3\}$ ، جـ) $\{0;1;2\}$
2) الامل الرياضياتي $E(X)$ لـ X هو: أ) $E(X) = \frac{4}{5}$ ، ب) $E(X) = \frac{6}{5}$ ، جـ) $E(X) = \frac{11}{10}$.
3) احتمال "الحصول على كريّة واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريّات المسحوبة"
يساوي: أ) $\frac{7}{10}$ ، ب) $\frac{9}{10}$ ، جـ) $\frac{3}{5}$
4) احتمال "باقي قسمة مجموع مربّعات الأرقام التي تحملها الكريّات المسحوبة على 13 هو 1 "
يساوي: أ) $\frac{2}{5}$ ، ب) $\frac{3}{10}$ ، جـ) $\frac{1}{5}$

تقني رياضي 2019 (رقم1)

تمرين 17 يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 وثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 وكريتين سوداوين تحملان الرقمين 1 ، 2 (كل الكريات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس).
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من هذا الكيس.

1) احسب احتمال الحوادث التالية:
أ) الحادثة A :"الحصول على كرية بيضاء واحدة".

ب) الحادثة B :"الحصول على كريتين بيضاوين على الأكثر".
جـ) الحادثة C :"الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية".

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية.
أ) عيّن قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرّف قانون احتماله.　　تقني رياضي 2019 (رقم2)
ب) احسب $P\left(X^2 - X \leqslant 0\right)$.

تمرين 18 يحتوي كيس على أربع كريات حمراء مرقمة بـ: 2 ، 2 ، 2 ، 2　　و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: 3 ، 3 ، 2 .
الكريات لا نفرق بينها باللمس ، نسحب عشوائيا في آن واحد كريتين من هذا الكيس.

1) نعتبر الحدثين: A "الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم" و B "الحصول على كريتين مختلفتين في اللون"
أ. احسب احتمال كل من الحدثين A و B .
ب. بيّن أنّ احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس الرّقم و مختلفتين في اللون يساوي $\frac{4}{21}$.
جـ. استنتج احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس الرّقم أو مختلفتين في اللون.

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق لكل سحب جُداء الرّقمين الظاهرين على الكريتين المسحوبتين.
عرّف قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X .　　تقني رياضي 2020 (رقم1)

3) في لعبة ، يقوم لاعب بسحب كريتين: إذا كان جُداء رقميهما 4 يربح x^2 دينار ، إذا كان جُداء رقميهما 6 يخسر y^2 دينار و إذا كان جُداء رقميهما 9 يخسر 130 دينار.
(x و y عددان طبيعيان غير معدومين) عيّن قيمة كلّ من x و y حتى تكون هذه اللعبة عادلة.

تمرين 19 يحتوي كيس على كريتين خضراوين تحملان الرّقمين 1 ، 2 وثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 وأربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 2 ، 3 ، 3 ، 4 . (الكريات متماثلة لانفرق بينها باللمس)

I) نسحب من هذا الكيس 3 كريات في آن واحد .　　تقني رياضي 2020 (رقم2)

1) احسب احتمال كل من الحدثين A و B التاليين:
A : "الحصول على 3 كريات من نفس اللون". B :"الحصول على كرية بيضاء على الأقل".
2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ سحب أكبر الأرقام المحصل عليها.
أ. بيّن أنّ: $P(X=3)=\frac{3}{7}$ ثمّ عرّف قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X .
ب. احسب الأمل الرياضياتي للمتغيّر العشوائي X .

II) نسحب الآن 3 كريات على التوالي دون إرجاع.

ليكن C الحدث: "الحصول على 3 أرقام جُداؤها عدد زوجي". احسب احتمال C .

-تمّت و الحمدُ لله-